通貨·生産·物價의 非線型因果關係 檢定

白 雄 基

本稿는 둘 혹은 여러 變數가 서로 非線型的 因果關係의 특정한 구조를 가질 때 주어진 觀測値로부터 因果關係에 관한 올바른 推論을 유도하기 위한 새로운 이론인 Baek-Brock의 方法을 소개하고 이것을 通貨, 生産 및 物價의 세 變數에 적용하여 기존의 因果性 檢定과 어떻게 다른 결과를 얻는지 살펴본다. Baek-Brock의 方法은 일반적으로 두 變數 사이의 因果關係를 檢定하는 데 사용될 수 있으나 變數間에 내재하는 실제 因果關係가 線型인 경우 Granger 檢定法 등 기존의 方法이 높은 檢定力을 보이므로 여기서는 주로 非線型因果性 檢定에 초점을 맞춘다. 本 檢定法은 因果性 여부를 조건부확률에 기초하여 정의한 후 개별확률을 相關積分(correlation integral)을 사용하여 推定토록 하였다. 이 方法은 變數間의 因果關係가 非線型的일 때 유효하다는 장점을 지니나 因果性이 없다는 歸無假說下에서 표본수에 따른 檢定統計量의 漸近分布, 그릇된 歸無假說에 대한 최대의 棄却力을 창출하는 尺度母數(scale parameter) 등에 관한 이론적 배경이 미흡하다는 단점이 있다. 本稿에서는 이를 Monte Carlo 시뮬레이션을 실시하여 보완하였다. 通貨, 生産 및 物價間에는 Granger 檢定法을 실시했을 경우 通貨와 生産만이 서로 因果性이 있을 뿐 物價와 다른 變數間의 因果性 증거는 희박하였다. 한편 Baek-Brock의 檢定法은 이미 벡터自己回歸模型(VAR)을 통해 밝혀진 線型關係 외에 物價가 生産 및 通貨에 미치는 非線型因果性에 관한 추가적 정보를 제공해 주고 있으며 구체적으로 그러한 因果關係가 몇 期 후부터 나타나는지 밝혀 준다. 그러나 이를 이용한 구체적인 模型化는 추후의 논문을 통해 밝히기로 한다.

I. 序

經濟의 올바른 예측을 위해서는 豫測模型의 骨幹을 이루는 요소인 經濟變數間의 관계를 파악하는 작업이 선행되어야 한다. 각 變數間의 관계는 經驗的으로 얻어지며 추정의 단계를 거쳐 模型作業으로 연결된다. 本稿는 둘 혹은 여러 變數가 서로 '非線型的 因果關係'[1] 라는 특정한 구조를 가질 때 주어진 觀測値로부터 인과관계에 관한 올바른 추론을 유도하

筆者 : 本院 硏究委員

* 草稿를 읽고 유익한 論評을 해주신 本院의 沈相達 박사, 金俊經 박사, 全聖寅 박사와 金融硏究會 월례세미나에 참석하여 助言을 주신 여러분께 감사드린다. 특히 지명 論評者로서 전문적인

기 위한 새로운 이론을 소개하고, 이것을 통화와 생산, 물가의 관계에 적용하여 기존의 因果性 檢定法과 어떻게 다른 결과를 얻는지 살펴본다. 인과관계추론에 관한 새로운 방법을 소개하기에 앞서 '非線型性'과 '非線型的 因果關係'를 정의하고 이것을 통화, 생산, 물가의 세 변수 벡터自己回歸模型(VAR)에 적용하였을 때 얻어진 결과를 먼저 논의하겠다.

非線型이란 용어는 計量經濟學에서 자주 등장하는 용어임에도 불구하고 조사자의 의도에 따라 전혀 다른 의미로 사용되고 있다. 計量經濟學에서 非線型回歸模型은 모수의 최소자승추정의 一階條件(first order condition)이 모수의 非線型函數인 것을 의미한다. 그러나 本稿에서 사용된 非線型性은 一變數의 경우 변수의 자료생성과정(data generating process)이 서로 독립이고 동형분포(IID)를 갖는 확률변수의 선형결합으로 표현될 수 없는 상태로 정의하며, 이는 우리 주변에 존재하는 經濟變數로부터 그 예를 얼마든지 찾아볼 수 있다[2]. 예컨대 分布函數가 景氣變動에 따라 비대칭분포를 갖는 失業率 및 雇傭函數, 또한 超過變動性(excess volatility)을 보이는 株式市場의 수익률은 위의 정의에 따르면 모두 非線型性을 강하게 내포하고 있는 변수들이다. 왜냐하면 비대칭성 또는 초과변동성 등은 어떠한 경우에도 서로 독립이며 동형분포를 갖는 확률변수의 선형결합을 생성해 낼 수 없기 때문이다.

다음에는 두 변수간의 인과관계를 살펴보자. 巨視經濟學에서는 Granger가 변수간의 조건부 예측력을 이용하여 정의한 Granger 因果性檢定이 널리 통용된다. $\{x_t\}$와 $\{y_t\}$를 각각 X와 Y 스칼라값의 안정적이고(stationary) 에르고딕(ergodic) 時系列過程이라 하고 X_t와 Y_t를 t기의 과거 및 현재 관측치를 포함하는 벡터變數라고 하자[3]. 즉 $X_t=(x_t, x_{t-1}, \cdots)$와 $Y_t=(y_t, y_{t-1}, \cdots)$가 된다. 또한 U_t는 t기 현재 축적된 모든 情報의 집합이라고 할 때 $X_s \subset U_t$, $Y_s \subset U_t$ iff $s \leq t$가 자연적으로 성립한다. 만약 $(U_{t-1}-Y_{t-1})$ 情報集合을 사용했을 때보다 U_{t-1}의 情報集合을 사용하여 X_t를 예측했을 때 예측력이 높아진다면 Y는 X의 Granger 원인이 된다고 정의한다[4]. Granger 因果性檢定은 이와 같은 간단한 개념에 기초하고 있으나 統計的 추론을 위해서는 時差構造 등 원래 자료생성과정에 관한 적절한 전제 아래 統計量을 계산해야 할 필요가 있다. 實證分析의 편의를 위해 RATS

批評을 주신 車根鎬 박사께 특별한 감사를 드리며 실증분석에 사용된 자료를 준비해 준 朴洋來 연구원과 원고정리를 성심껏 해준 韓英美 연구조원에게도 감사드린다.

1) 이 논문에서 因果關係란 科學哲學에서 논의되고 있는 개념이 아니라 計量經濟學的 意味에서 한 變數가 시간적으로 다른 변수에 先行的 원인을 제공했을 때 발생되는 관계를 말하는 것으로 Granger 因果關係라고 한다. 자세한 論議를 위해서는 Granger(1990) 참조 바람.

2) 非線型時系列模型에 관한 연구가 본격적으로 시작되기 전인 80년대 초반만 해도 計量經濟學에서는 非線型이라는 용어에 관한 의미의 혼돈이 상당하였다. 이는 線型模型을 주로 다루었던 당시 計量經濟學이 確率變數의 獨立性보다는 非相關性에 초점을 맞추어 線型性을 정의하였던 것과 대조를 이룬다. 이런 의미에서 Granger(1983)의 '백색오차의 예측'이란 논문은 당시에 주목을 끌기에 충분하였다.

3) 유한개 관측치로 구성된 함수값들의 표본평균이 만약 그 함수값의 기대치로 평균자승(mean square)적 의미에서 수렴할 때 주어진 안정적인 시계열과정은 「에르고딕」하다고 정의한다. 단 이 경우 그 함수값을 자승한 기대치가 존재함을 전제로 한다.

4) 이 정의는 Geweke(1984, p.1102)를 따른 것임.

와 같은 經濟統計패키지는 Granger 檢定(1969), Sims 檢定(1972) 및 Geweke-Meese-Dent 檢定(1983) 등 세가지 방법을 예제로 제시하고 있다. 이 세가지 방법은 모두 벡터 自己回歸模型을 토대로 하여 回歸分析을 시도하고 추정된 계수로부터 해당되는 統計量을 계산하여 因果性調査에 이용한다. 이러한 統計패키지로부터 유도된 결론은 因果性에 관한 어떤 특정한 모형을 전제로 해석되어야 하기 때문에 해석상의 주의를 요하게 된다.

만약 Granger 因果性檢定에서 인과성이 없다는 歸無假說을 기각하지 못할 경우 조사자는 檢定結果를 어떤 의미로 해석해야 하는가? 다음 章에서 자세히 살펴보겠으나 Granger 因果性檢定에 사용된 모형은 線型回歸模型이므로 檢定法 自體가 두 변수의 線型因果關係를 탐색할 수 있도록 고안되어 있다. 반면에 두 변수가 線型的 因果關係가 아닌 非線型的 因果關係를 가질 경우 Granger 因果性檢定이 歸無假說을 기각하지 못한다 하더라도 因果關係는 본래의 모형 가운데 존재하게 된다. 간단한 예로 $y_t = |2x_{t-1} - 1| + v_t$이고 모든 t에 관해 $x_t \in [0,1]$, $\{x_s\}$와 $\{v_t\}$가 모든 s와 t에 관해 서로 비상관인 白色誤差라고 하자. 이 경우 X와 Y의 因果關係檢定을 線型回歸模型에 의존해 실시하면 X로부터 Y방향의 因果性檢定의 檢定力은 상당히 낮을 수 밖에 없다.

本稿의 주요 관심은 線型因果性뿐 아니라 非線型因果性을 표본으로부터 탐색하는 데 높은 기각력을 지닌 Baek-Brock(1991)의 檢定法을 소개하고 그의 적용을 보이는 데 있다[5]. 非線型因果關係란 한 변수의 현재 혹은 과거치가 다른 변수의 미래치를 결정하는 자료생성과정에서 확률과정의 函數形態가 線型模型으로 근접될 수 없는 경우에 존재한다고 정의할 수 있다. 이와 같은 類의 非線型因果性은 보다 향상된 예측을 위해서도 중요하지만 변수들간의 바른 관계를 파악함으로써 승수효과, 충격반응분석, 나아가서는 정책적 시사점을 찾는 데에도 필수 불가결하다고 본다.

이제 새로운 기법인 非線型因果性 檢定法을 通貨, 生產, 物價의 實證分析에 사용해 보았다. 이 세가지 巨視經濟變數의 관계분석을 시도한 논문은 洪甲洙(1990)를 비롯하여 다양하다. 本稿의 檢定結果에 의하면 월별자료를 사용하여 VAR(6)을 세 변수에 적용했을 때 通貨와 生產간에만 뚜렷한 인과성을 서로 보이는 반면 그 외에 通貨와 物價 혹은 物價와 生產 등은 統計的 유의성이 낮은 것으로 나타났다. 그러나 위에 언급한 Baek-Brock의 因果關係檢定을 적용하였을 때, 세가지 변수들은 時差變數가 4 이상인 경우 대체로 강한 非線型因果性의 統計的 유의성을 나타내었다. 이는 通貨, 生產, 物價간의 관계를 설명하는 데 있어 線型模型보다는 非線型模型이 더 적절함을 시사해 주는 증거라 하겠다.

本稿는 다음 章에서 Granger 檢定法을 간단히 정리하고, Ⅲ章에서는 Baek-Brock의 檢定法을 자세히 설명하며, Ⅳ章에서는 通貨, 生產, 物價간의 因果關係에 관한 實證分析을, 그리고 마지막 章에서는 결론을 이야기한다.

5) 線型關係는 일반적 의미의 非線型關係의 특수한 경우에 해당되므로 굳이 線型, 非線型을 구분할 필요가 없으나 檢定法 自體의 특성상 非線型構造에 높은 기각력을 보이므로 非線型因果關係檢定法이라는 이름을 붙였다.

II. Granger 檢定法

二變數過程 (X_t, Y_t)에 대해 다음 式 (1)을 가정하자.

$$A(L)\begin{bmatrix}X_t\\Y_t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\varepsilon_{1t}\\\varepsilon_{2t}\end{bmatrix}, \text{ 혹은}$$

$$(A_0-A_1L-A_2L^2\cdots)\begin{bmatrix}X_t\\Y_t\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}\varepsilon_{1t}\\\varepsilon_{2t}\end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots(1)$$

단, $A(L)$는 시차변수다항식, A_j는 $j=0,1,2\cdots$인 2×2 행렬, A_0는 하부삼각행렬이고, $\begin{bmatrix}\varepsilon_{1t}\\\varepsilon_{2t}\end{bmatrix}$는 모든 시차에 관해 계열비상관인 직교과정(pairwise orthogonal process)이다[6].

式 (1)의 양변 앞에 A_0^{-1}을 곱하면

$$A_0^{-1}A(L)\begin{bmatrix}X_t\\Y_t\end{bmatrix}=A_0^{-1}\begin{bmatrix}\varepsilon_{1t}\\\varepsilon_{2t}\end{bmatrix}, \text{ 혹은}$$

$$\begin{bmatrix}X_t\\Y_t\end{bmatrix}=A_0^{-1}(A_1L+A_2L^2+\cdots)\begin{bmatrix}X_t\\Y_t\end{bmatrix}$$

$$+A_0^{-1}\begin{bmatrix}\varepsilon_{1t}\\\varepsilon_{2t}\end{bmatrix} \qquad \cdots\cdots(2)$$

을 얻는다.

式 (2)로부터 $\begin{bmatrix}X_t\\Y_t\end{bmatrix}$를 예측하는 데 있어서 1期 先行豫測誤差는 $A_0^{-1}\begin{bmatrix}\varepsilon_{1t}\\\varepsilon_{2t}\end{bmatrix}$가 됨을 알 수 있다. 만약 $A_0^{-1}A(L)$이 하부삼각행렬이라면 X의 과거값이 주어져 있을 때 Y의 과거값은 현재의 X값을 예측하는 데 도움을 주지 못한다. 즉, 선형최소자승예측은 오직 X의 과거값만을 포함하여 Y의 과거변수의 回歸係數는 모두 0이 된다. 따라서 하부삼각행렬 $A_0^{-1}A(L)$은 Wiener-Granger적인 의미에서 Y가 X의 원인을 제공하지 못한다는 사실을 암시하고 있다. 이상을 통해 우리는 Granger (1969)의 논문으로부터 因果性檢定法을 유도할 수 있다. 다음의 線型回歸方程式을 고려해 보자.

$$X_t=\sum_{j=1}^{k}d_{1j}\,X_{t-j}+\sum_{j=1}^{k}d_{2j}\,Y_{t-j}+\eta_{1t} \quad\cdots(3)$$

단, η_{1t}는 白色誤差이다.

모든 $j=1,\cdots,k$에 대해 "回歸係數 d_{2j}가 0이다"라는 歸無假說이 표본으로부터 기각되지 않는다면 Y는 X의 원인이 될 수 없으며, 변수 Y에 대한 회귀식 (4)로부터 그 역의 명제도 같은 방식으로 논의할 수 있다.

$$Y_t=\sum_{j=1}^{k}e_{1j}\,X_{t-j}+\sum_{j=1}^{k}e_{2j}\,Y_{t-j}+\eta_{2t} \quad\cdots(4)$$

단, η_{2t}는 白色誤差이다.

實證分析에서는 式 (3)과 (4)를 묶은 벡터 自己回歸模型을 이용한 F檢定統計量이 이용되고 있다. 이 경우 절단시차모수(truncation lag parameter) k의 선택이 문제되는데 이는 Akaike 情報判別法(AIC), 尤度比檢定法 등 적절한 방법을 통하여 時差母數의 값을 결정한다[7]. 통상 사용되고 있는 F檢定統計量은

6) 자세한 논의를 위해서는 Sargent(1987, p. 319) 참조 바람.

7) 최근 Sims, Stock, and Watson(1990, p. 134)은 수준변수가 單位根을 포함하는 不安定過程인 경우의 時差構造決定法에 관한 進一步된 이론을 소개하고 있다.

線型構造를 갖는 두 변수 사이에 인과성이 있는 경우 인과성이 없다는 歸無假說을 기각하는 데 높은 기각력을 보인다.

III. Baek-Brock의 檢定法

앞 章에서 논의한 Granger 檢定法은 과거변수를 포함하는 선형방정식의 추정을 전제로 하기 때문에 檢定하려고 하는 변수들이 線型關係에 있어야 한다. 그러나 관심있는 두 변수가 非線型的 因果關係에 놓이게 될 때 Granger 檢定法과 같은 전통적 기법은 이와 같은 인과성을 간과하기 쉽기 때문에 인과관계가 없다고 결론짓기 쉽다. 非線型檢定法의 動機賦與를 위해 式 (5)의 모형을 살펴보자.

$$X_t = \beta Y_{t-q}\, X_{t-p} + e_t \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots (5)$$

단, $\{e_t\}$, $\{Y_t\}$ 는 평균 0, 분산 1인 표준정규분포를 갖는 서로 독립이며 각각 *IID*인 확률변수이다.

式 (5)는 분명히 Y의 과거치가 X의 현재값을 예측하는 데 도움을 주고 있으나 X를 X와 Y의 과거치에 회귀시킨 방정식으로부터 因果性檢定을 하면 Y는 X의 원인이 되지 않는다는 歸無假說을 기각하지 못한다. 그 이유는 간단하다. 陽의 값 p와 q에 대해 $\{X_t\}$와 $\{Y_t\}$의 自己相關函數와 交叉相關函數는 모든 時差에 관하여 0의 값을 갖기 때문이다. 엄밀히 말하면 式 (5)로부터 우리는 "Y_t는 X_t를 선형적으로 예측하는 데는 도움이 되지 않지만 非線型的으로 예측하는 데는 도움을 주고 있다"고 결론지을 수 있다. 式 (5)는 비단 한가지 예에 불과하지만 經濟學에서는 이와 같은 非線型關係式이 線型關係式보다 경우에 따라서는 더 중요하다고 판단된다.

이와 같은 동기를 가지고 本稿에서는 二變數인 경우에 因果性檢定法을 논의하기로 한다.

1. 相關積分과 그 意味

非線型 因果性檢定의 기초가 되는 相關積分(correlation integral)을 관측치 $\{X_t\}$를 이용하여 다음과 같이 정의한다.

定 義

Grassberger-Procaccia-Takens의 相關積分 $C(X\,;\varepsilon,\,T)$는

$$C(X\,;\varepsilon,\,T) = \#\{(t,\,s)\ 1 \leq t < s \leq T \mid \|X_t - X_s\| < \varepsilon\}/T^*$$
$$= \sum_{1 \leq t < s \leq T} I(X_t,\,X_s\,;\varepsilon)/T^*$$

이다. 단, #는 $(t,\,s)$쌍의 갯수, $T^* = T(T-1)/2$, T는 표본의 크기, $\|\cdot\|$는 최대「노름」(norm), 그리고 指示函數 $I(a,\,b\,;\varepsilon)$는 사건 $\|a-b\| \leq \varepsilon$에 대해 1의 값을 취하고 그 외의 경우에는 0의 값을 취한다.

이 相關積分概念은 Brock-Baek(1991)에서 고차원공간으로 확대될 수 있음을 보이고 있고 Baek-Brock(1992)에서는 多變數 경우로 응용될 수 있음을 보이고 있다. 相關積分은 非線型動態模型을 다룬 많은 문헌을 통해 볼 때 매우 중요한 개념이므로 그 의미를 좀더 파악하고자 한다. 우선 相關積分은 尺度母數(scale parameter) ε의 函數이며 ε의 값이

변함에 따라 分布函數와 마찬가지로 0부터 1의 값을 취한다. 수학적으로는 관측된 표본으로부터 두 개의 서로 다른 값으로 모든 가능한 쌍을 만들었을 때 그 거리가 ε보다 같거나 작은 (t, s)쌍의 전체에 대한 비율을 의미한다. 표본의 크기가 T이므로 생성가능한 관측쌍은 모두 $T(T-1)/2$, 즉 T^*이고 두 값의 거리가 ε보다 같거나 작은 쌍의 갯수는 모두 $\sum_{1 \le t<s \le T} I(X_t,\ X_s\ ;\ \varepsilon)$가 된다. 尺度母數 ε의 크기를 증가시킴으로써 새로 포착되는 쌍의 갯수를 計數하면 공간상관의 정도를 추정할 수 있다.

이 空間相關係數를 변수 X의 相關次元(correlation dimension)이라 하고 ε을 1% 증가시켰을 때 새로이 추가되는 쌍의 增分率로 해석한다. 부연하면 相關次元은 變數 X의 尺度母數 ε에 대한 탄성치가 된다. 이제 相關積分을 高次元空間에서 살펴보자.

$$C(X,\ m\ ;\ \varepsilon,\ T) = \#\{(t,\ s)\ 1 \le t < s \le T \mid \|X_{t,m} - X_{s,m}\| < \varepsilon\}/T$$

단, m은 埋立次元(embedding dimension),

$X_{t,m} = (X_t,\ X_{t-1},\ \cdots,\ X_{t-m+1})$,

$X_{s,m} = (X_s,\ X_{s-1},\ \cdots,\ X_{s-m+1})$,

$\|y\| = max\{\ |y_i|\ ,\ i=1,\ 2, \cdots\ m\}$

이고

$T^* = (T-m+1)(T-m)/2$이다.

埋立次元이 1인 경우 앞의 정의와 일치하게 된다. 이제 $m>1$이고 변수 X가 독립이고 동형인 분포(IID)를 갖는 확률변수일 경우 Brock and Dechert(1988)와 Brock, Dechert, and Scheinkman(1987)는 다음의 두가지 중요한 정리를 얻는다.

定理 1

일반적인 조건하에서 $C(X,\ m\ ;\ \varepsilon,\ T)$는 표본크기 T가 ∞에 접근함에 따라 극한치 $C(X,\ m\ ;\ \varepsilon)$를 갖는다. 즉,

$$\lim_{T \to \infty} C(X,\ m\ ;\ \varepsilon,\ T) = C(X,\ m\ ;\ \varepsilon)$$
$$= Pr\{\ \|X_{t,m} - X_{s,m}\| < \varepsilon\}$$

단, $X_{t,m}$과 $X_{s,m}$은 結合累積分布函數 $Pr\{Xr,\ m < x_{r,m}\}$로부터 독립적으로 추출(random drawing)한 것임.

定理 2

$\{X_t\}$가 IID인 경우 $C(X,\ m\ ;\ \varepsilon) = [C(X,\ 1\ ;\ \varepsilon)]^m$가 성립한다.

定理 2와 다음의 定理 3은 소위 BDS(Brock-Dechert-Scheinkman)라고 불리는 時系列資料의 독립성 檢定을 위한 새로운 방법을 개발하는 데 이론적 근거를 제시하고 있다.

定理 3

$m \geqq 2$이고 $\{X_t\}$가 IID인 경우

$$W_m(\varepsilon,\ T) = \sqrt{T}\,[C(X,\ m:\ \varepsilon,\ T) - C(X, 1\ ;\ \varepsilon,\ T)^m] \xrightarrow{d} N(0,\ V_m)$$

V_m는 BDS통계량의 분산인데 이 식은 다소 복잡한 구조로 되어 있다.

$$V_m = 4[K^m + 2\sum_{j=1}^{m-1} K^{m-j} C^{2j} + (m-1)^2 C^{2m} - m^2 C^{2m-2}] \cdots\cdots\cdots (6)$$

단, $C = E[I(X_t,\ X_s\ ;\ \varepsilon)] = \int[F(X+\varepsilon) - F(X-\varepsilon)]\,dF(X)$

$K = E[I(X_t,\ X_s\ ;\ \varepsilon)\ I(X_s,\ X_u\ ;\ \varepsilon)]$
$= \int[F(X+\varepsilon) - F(X-\varepsilon)]\ dF(X)$

로 표기되며 $F(\cdot)$는 확률변수 X의 분포함수이다.

$C(X, 1 ; \varepsilon, T)$와

$$K(X ; \varepsilon, T) = \frac{6}{T(T-1)(T-2)} \cdot \sum_{1 \leq t < s < u \leq T} I(X_t, X_s ; \varepsilon) I(X_s, X_u ; \varepsilon)$$은

각각 C와 K의 일치추정량이 되므로 공식 V_m에 사용된 C와 K 대신 $C(X, 1 ; \varepsilon, T)$와 $K(X ; \varepsilon, T)$를 사용하면 V_m의 일치추정량 $V_m(\varepsilon, T)$를 구할 수 있다.

定理 3으로부터 時系列 $\{X_t\}$가 *IID*라는 歸無假說下에서 BDS 檢定統計量 $W_m(\varepsilon, T)$를 얻을 수 있는데 이는

$$W_m(\varepsilon, T) = \sqrt{T}[C(X, m ; \varepsilon, T) - C(X, 1 ; \varepsilon, T)^m]/[V_m(\varepsilon, T)]^{1/2} \quad \cdots\cdots (7)$$

으로 정의되며 標準正規分布를 그 극한분포로 갖는다[8].

BDS 검정법이 시계열의 系列從屬이 있는 경우 왜 유용한지는 직관적 설명이 가능하다. 먼저 [0, 1] 구간에서 균일분포(uniform distribution)를 갖는 확률변수 $\{r_t\}$의 충분히 큰 표본을 얻는다. 이를 [0, 1]의 폐쇄구간에 채우면 어떤 특정한 부분구간이나 점에 밀집되어 있지 않고 그 구간을 고루 메우게 된다. 따라서 $\{r_t\}$의 차원은 적어도 1차원이 됨을 알 수 있다. 그후 埋立過程을 거쳐 2차원의 점 $\{(r_t, r_{t+1})\}$을 만들고 이를 2차원공간 $[0, 1]^2$에 채운다. 만약 $\{r_t\}$가 독립과정이라면 역시 $\{(r_t, r_{t+1})\}$은 $[0, 1]^2$의 2차원공간에 균일하게 분포되므로 $\{r_t\}$는 적어도 2차원이 된다. 埋立過程을 그 이상 늘려갈 때 $\{(r_t, r_{t+1}, \cdots, r_{t+m-1})\}$ 역시 高次元空間의 $[0, 1]^m$을 모두 메우게 되므로 우리는 완전독립인 확률변수 $\{r_t\}$의 차원은 무한대라고 말할 수 있다. 그러나 r_t가 $AR(1)$ 과정을 갖거나 그 외 다른 형태의 系列從屬過程을 가질 경우 埋立次元을 늘려 나갈 때 독립인 확률변수에 비해 高次元空間을 채우는 분산도의 정도가 떨어지며 이는 相關積分의 용어를 빌려 말하면 적절한 ε에 대해 $C(X, m ; \varepsilon, T)$는 $(X, 1 ; \varepsilon, T)^m$으로부터 괴리가 발생하게 된다. 따라서 BDS 檢定法은 이 괴리를 발생시키는 현상에 포착하여 獨立性檢定을 하게 된다.

一變數의 相關積分槪念은 쉽게 二變數의 相關積分으로 확대된다. $\{Z_t\}$는 서로 독립이며 각각이 *IID*(*IIDI*)인 $\{(X_t, Y_t)\}$로 정의하고 分布函數는 $F(z)$로 놓으면 이는 X와 Y의 독립성으로 인하여 $F(X)F(Y)$와 같아진다. 이때 二變數의 相關積分은 X와 Y 각각 相關積分의 곱으로 표시됨을 알 수 있다. 즉,

$$C(Z ; \varepsilon) = C(X ; \varepsilon)\ C(Y ; \varepsilon) \quad \cdots (8)$$

2. 二變數 경우의 非線型因果 統計量

I 章에서 논의한 Granger 因果關係를 조건부확률을 사용하여 다시 정의한다.

> **定 義**
>
> B의 條件下에서 사건 A가 일어날 조건부확률을 $Pr(A \mid B)$라 하자.

8) Hsieh and LeBaron(1991a, b)의 논문은 BDS 檢定統計量의 크기 및 對立假說이 $AR(1)$, $MA(1)$, 非線型 *MA, ARCH, Threshold AR* 혹은 *Tent Map*인 경우 귀무가설의 기각력을 서로 다른 표본크기와 척도모수에 대해 계산하여 밝혀 주고 있다.

모든 時差 p와 q에 관해

$Pr\{ | X_t - X_s | \leq \varepsilon \mid | X_{t,p} - X_{s,p} | \leq \varepsilon$ and $| Y_{t,q} - Y_{s,q} | \leq \varepsilon \}$
$= Pr\{ | X_t - X_s | \leq \varepsilon \mid | X_{t,p} - X_{s,p} | \leq \varepsilon \}$, ……………………(9)

가 성립하면 $\{Y_t\}$는 $\{X_t\}$에 대하여 Granger 因果性이 없다고 한다.

단, $X_{t,p} = (X_{t-1}, \cdots, X_{t-p})$, $Y_{t,q} = (Y_{t-1}, \cdots, Y_{t-q})$이고 'Pr'은 확률을 나타낸다.

위의 정의를 자세히 살펴보면 經濟學에서 통용되는 Granger流의 因果性檢定은 X와 Y의 관계식이 선형이고 'Pr'을 조건부프로젝션으로 바꾸며 's' 하첨자가 붙은 변수를 제외시킨 관계식과 동일한 식을 歸無假說로 받아들인 것임을 알 수 있다. 이것으로부터 檢定統計量을 유도하려면 線型回歸方程式을 이용하여 Y_t의 過去變數係數가 모두 0인지를 조사하면 된다.

이를 재해석하면 Y_t의 과거치가 X_t의 현재 혹은 미래치를 線型的으로 예측하는 데 도움을 줄 정보를 갖고 있느냐에 대한 檢定인 것이다.

우리는 式 (9)를 線型化시키는 대신 확률기호 'Pr'를 앞 節에 정의한 相關積分으로 바꾸어 새로운 統計量을 유도하고자 한다.

우선 자료 $\{X_t\}$와 $\{Y_t\}$를 二變數 VAR을 적용하여 그 殘差벡터를 취하고 그 殘差벡터 간에 $\{X_t\}$와 $\{Y_t\}$의 因果性에 관하여 VAR 모형으로부터 여과되지 않은 추가적인 정보가 포함되어 있는지를 알아보자. 만약 VAR을 이용해 線型關係를 모두 여과시킨 후 Y_t가 X_{t+j}에 대해 非線型的으로 추가예측력을 제공한다면 이는 우리가 목적하는 檢定統計量에 탐색되어 因果性이 없다는 歸無假說을 기각하게 된다. 설명의 편의를 위해 먼저 $p=q=1$인 경우를 언급한다. 式 (9)를 相關積分概念으로 다시 쓰기 위해 우선 조건부확률변수를 相關積分으로 변형한다. 예컨대

$$C(X', X, Y ; \varepsilon) = Pr\{ | X_t - X_s | \leq \varepsilon, | X_{t-1} - X_{s-1} | \leq \varepsilon, | Y_{t-1} - Y_{s-1} | \leq \varepsilon \} \quad \cdots\cdots (10)$$

단, " ' "는 다음 期의 값을 나타낸다. 그러면 式 (9)는

$$C(X', X, Y ; \varepsilon)/C(X, Y ; \varepsilon) = C(X', X ; \varepsilon)/C(X ; \varepsilon) \quad \cdots\cdots (11)$$

로 간단히 표기된다. 式 (11)을 변형하고 4개의 相關積分項을 주어진 표본에서 추정치를 구한 후 $\{X_t\}$와 $\{Y_t\}$가 서로 독립이며 각각 *IID*인 확률변수(*IIDI*)라는 歸無假說下에서 극한분포를 구하면 定理 4의 결과를 얻는다.

定理 4

$\{X_t\}$와 $\{Y_t\}$가 *IIDI*라면 표본크기 T가 ∞로 접근함에 따라

$$T^{1/2}[C(X', X, Y ; \varepsilon, T)\, C(X ; \varepsilon, T) - C(X', X ; \varepsilon, T)\, C(X, Y, \varepsilon, T) \xrightarrow{d} N(0, V), \quad \cdots\cdots (12)$$

이고, 분산 V는

$$V = 4C(X ; \varepsilon)^2\, K(X ; \varepsilon)\, [K(X ; \varepsilon) - C(X ; \varepsilon)]^2\, [K(Y ; \varepsilon) - C(Y ; \varepsilon)^2], \quad \cdots\cdots (13)$$

단, $z = X$ 또는 Y인 경우

$$C(z ; \varepsilon) = Pr\{ | z_r - z_s | \leq \varepsilon \} = E[I(z_t, z_s ; \varepsilon)], \quad \cdots\cdots (14)$$

$$K(z\,;\,\varepsilon)=Pr\{\,|\,z_r-z_s\,|\leq\varepsilon \text{ and } |\,z_s-z_t\,|\leq\varepsilon\}$$
$$=E[I(z_t,\,z_s\,;\,\varepsilon)\;I(z_t,\,z_r\,;\,\varepsilon)]. \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(15)$$

증명 : 定理 4는 定理 5의 특수한 경우이므로 定理 5의 증명을 참조할 것.

일치추정량 $C(X\,;\,\varepsilon,\ T)$, $K(X\,;\,\varepsilon,\ T)$, $C(Y\,;\,\varepsilon,\ T)$와 $K(Y\,;\,\varepsilon,\ T)$는 주어진 표본으로부터 계산된다. 다음으로 非線型因果檢定法에 대해서 유념해야 할 점을 살펴보자. 만약 $\{X_t\}$와 $\{Y_t\}$가 IID인 시계열이 아닐 경우 定理 4는 성립하지 않는다. 그러나 定理 4의 분산 V를 구하는 과정에서 우리는 Denker and Keller(1983, p. 507)의 정리를 이용하고 있으므로 엄밀한 의미에서 $\{X_t\}$와 $\{Y_t\}$는 어느 정도의 약한 系列從屬을 허락하고 있는 混合過程(mixing process)일 경우에도 定理 4의 본질은 변하지 않는다. 그러나 이 경우 分散公式 V는 系列從屬이 되어 있는 項을 모두 포함하기 때문에 상당히 복잡해진다. 따라서 이 논문에서는 공식 V를 단순히 하기 위해 두 개의 時系列이 각기 IID인 경우를 고려하였다. 定理 4를 좀더 깊이 음미해 보면 歸無假說이 기각될 경우 이는 X_t의 過去値가 X_t의 현재 혹은 未來値를 예측하는 데 도움을 주기 때문(X_t의 系列從屬性)이 아니라 Y_t의 過去値가 X_t의 현재 혹은 未來値를 예측하는 데 도움을 주기 때문이라는 사실을 알 수 있다. 부연하면 우리에게 관심있는 歸無假說은

$$C(X',X,Y\,;\,\varepsilon)\;C(X\,;\,\varepsilon)-C(X',X\,;\,\varepsilon)\;C(X,\,Y\,;\,\varepsilon)=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(16)$$

이지,

$$C(X',\,X,\,Y\,;\,\varepsilon)-C(X'\,;\,\varepsilon)\;C(X\,;\,\varepsilon)\;C(Y\,;\,\varepsilon)=0 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots(17)$$

이 아니다.

벡터自己回歸方程式을 이용하여 일단 線型構造를 제거하고 난 이후의 殘差벡터로부터 그들의 관계가 非線型因果關係에 있다는 증거가 있으면 이는 원래의 변수를 예측하는 데 도움을 주는 정보를 얻을 가능성이 있다. Baek-Brock(1992)는 이러한 類의 檢定方法이 서로 이웃한 점들(near neighbors)을 이용하여 예측력을 높이는 데 유효하게 적용된다는 점을 지적하고 있다.

3. 二變數 非線型 檢定法의 一般化

분석의 편의상 앞 節에서는 $p=q=1$인 경우만 살펴보았으나 本節에서는 시차 $p,\ q$가 일반화되어 반드시 1일 필요가 없는 경우를 논의한다. 歸無假說은 앞 節과 동일하게 "Y가 X에 대해 因果性이 없다"이고 $|X_t-X_s|\leq\varepsilon$과 $|Y_t-Y_s|\leq\varepsilon$의 표현을 단순화시켜 그냥 X_t와 Y_t로 표기한다. 이는 尺度母數 ε이 고정되어 있다고 가정하면 X_t와 Y_t의 표기가 이미 ε을 전제로 한다고 간주할 수 있기 때문에 큰 어려움은 발생하지 않는다. 이와 같이 일반화된 時差變數를 염두에 두고 歸無假說의 토대를 이루는 式 (9)를 다시 적어보면

$$Pr(X_{t+1}\,|\,X_t,\,X_{t-1},\,\cdots,\,Y_t,\,Y_{t-1},\cdots)=Pr(X_{t+1}\,|\,X_t,\,X_{t-1},\,\cdots) \quad \cdots\cdots(18)$$

이 된다. 조건부확률의 정의에 의해 式 (18)은

$$Pr(X_{t+1}, X_t, \cdots, Y_t, Y_{t-1}, \cdots) / Pr(X_t, X_{t-1}, \cdots, Y_t, Y_{t-1}, \cdots) = Pr(X_{t+1}, X_t, \cdots)/Pr(X_t, X_{t-1}, \cdots) \quad \cdots\cdots (19)$$

로 다시 쓸 수 있다. $p=q=1$인 경우와 동일하게 $\{X_t\}$과 $\{Y_t\}$가 混合過程의 조건(Denker and Keller(1983)) 중 하나를 만족하고 式 (19)의 'Pr'을 그에 대응되는 相關積分으로 치환한 후 변형하면 歸無假說은

$$C(X_{t+1}, X_t, X_{t-1}, \cdots, Y_t, Y_{t-1}\cdots ; \varepsilon)\, C(X_t, X_{t-1}, \cdots ; \varepsilon) - C(X_t, X_{t-1}, \cdots, Y_t, Y_{t-1}, \cdots ; \varepsilon)\, C(X_{t+1}, X_t, \cdots ; \varepsilon) = 0 \quad \cdots\cdots (20)$$

이 된다.

實證分析을 위해 X의 時差變數를 $t-p$에서, Y의 時差變數를 $t-q$에서 절단한다. 이와 같이 간단한 時差變數를 포함한 두 변수의 非線型因果性은 다음과 같이 정리된다.

定理 5

$\{X_t\}$와 $\{Y_t\}$가 *IIDI*인 과정이고 $p, q \ll T$이라면

$$T^{1/2}[C(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q} ; \varepsilon, T)\, C(X_t, X_{t-1}, \cdots, X_{t-p} ; \varepsilon, T) - C(X_t, X_{t-1}, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q} ; \varepsilon, T)\, C(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p} ; \varepsilon, T)] \xrightarrow{d} N(0, V) \quad \cdots\cdots (21)$$

이고,

$$V = 4C(X ; \varepsilon)^{2p+2} K(X ; \varepsilon)^{p+1} [K(X ; \varepsilon) - C(X ; \varepsilon)^2] [K(Y ; \varepsilon)^{q+1} - C(Y ; \varepsilon)^{2q+2}]$$이다.

단, $C(X ; \varepsilon)$, $C(X ; \varepsilon)$, $K(X ; \varepsilon)$와 $K(Y ; \varepsilon)$는 式 (14), (15)에 정의되어 있다.

증명 : 定理 5의 증명은 부록에 있다.

式 (21)의 분산 V는 $\{X_t\}$와 $\{Y_t\}$의 *IID* 전제를 이용하여 간소화시켰다. 이러한 분산 공식간소화가 전체 檢定力에 큰 영향을 미친다면 이는 바람직하다고 볼 수 없다. 그러나 本章에서 소개한 非線型因果性 檢定法은 $\{X_t\}$나 $\{Y_t\}$가 *IID*가 아니기 때문에 歸無假說을 기각하는 기각력은 낮지만 $\{X_t\}$가 $\{Y_t\}$의 過去値에 종속되기 때문에 歸無假說을 기각하는 기각력은 높게 나타난다. 이것은 Monte Carlo 시뮬레이션을 통해 다음 節에서 살펴보자. 문제는 간단한 分散公式과 약간 덜 정확한 假說檢定 결과를 얻을 것이냐 아니면 복잡한 分散公式과 정확한 假說檢定 결과를 얻을 것이냐의 선택으로 축약된다[9].

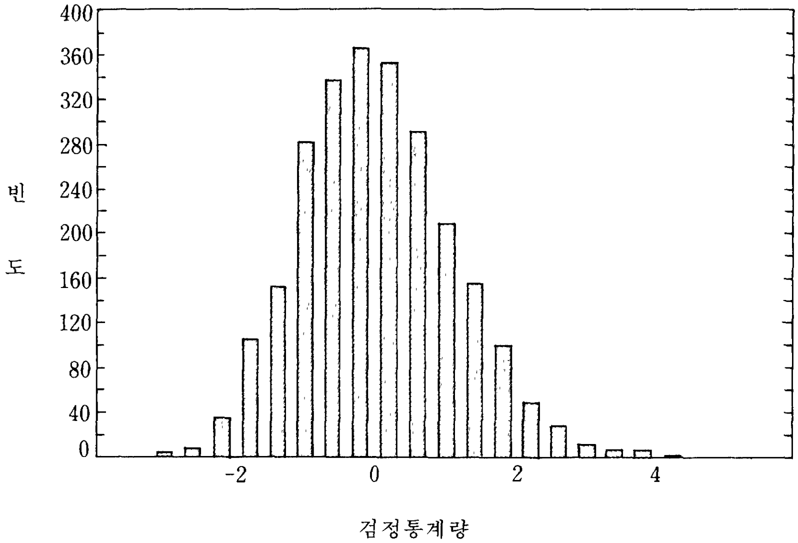
4. 非線型檢定法의 크기(size)

非線型因果檢定統計量의 크기를 계산하기 위하여 250개의 표본으로 구성된 표준정규분포를 갖는 두 개의 時系列을 창출한다. 擬似亂數(random number)를 위한 컴퓨터프로그램은 KDI에 있는 IMSL 포트란 서브루틴 GGNML을 사용하였다. 먼저 尺度母數 ε의 값을 고정시키고 앞 節의 정의에 따라 표준화된 非線型因果檢定統計量을 구한다. 두 개의 時系列이 컴퓨터 내에서 서로 독립적으로 생

9) 本稿에서는 相關積分을 이용한 非線型檢定統計量을 만들었지만 相關積分이 U-統計量인 사실에 의거하여 非線型豫測力의 提高를 위해 그 외의 다양한 統計的 檢定法을 만들어 낼 수 있다.

[圖 1] 非線型 因果檢定統計量 分布

$p=1$, $q=1$, $\varepsilon=1.0$, 반복시행횟수=2,500



성되었기 때문에 統計量은 적절한 유의수준에서 통계적 유의성이 없어야 한다. 이 檢定統計量의 크기를 조사하기 위해서는 위에 언급한 실험을 반복 실시하여 표본분포를 만들어야 한다. 이론적으로 반복시행의 횟수가 많아질수록 檢定統計量의 분포는 점근적으로 標準正規分布에 수렴하게 된다. [圖 1]은 時差母數 $p=1$, $q=1$, 尺度母數 $\varepsilon=1.0$을 이용하여 2,500회 반복실시한 檢定統計量의 히스토그램이다. 일견할 때 분포는 단봉(unimodal)의 종형모양이나 이것이 어느 정도 標準正規分布에 가까운지 여부는 標本統計量, 分位數(quantiles)를 살펴보아야 한다. 분석을 위하여 尺度變數 ε은 1.0과 1.5 두가지 값을, 時差母數 p와 q는 동시에 1부터 6까지의 같은 정수값을 취한다고 가정하자. ε이 1.0과 1.5를 취하는 이유는 BDS統計量이 $\varepsilon=0.5\times$표준편차부터 $\varepsilon=1.5\times$표준편차 사이에 있을 때 統計量의 올바른 크기를 제공한다고 지적되었기 때문이다(Hsieh and LeBaron(1991a, b)).

檢定統計量의 크기는 〈表 1〉에 보고되어 있다. 예컨대 $p=q=1$, $\varepsilon=1.0$인 경우 검정통계량이 -2.33보다 작을 확률이 표준정규분포의 경우는 1.0%인 데 반하여 비선형인과통계량은 0.92%이다. 일반적으로 (p, q)가 증가함에 따라 歸無假說下에서 統計量의 크기도 증가한다. 따라서 실증분석에는 標準正規分布에서 얻어진 크기보다 該當時差母數에 따른 수정된 크기(corrected size)를 고려하여 임계치(critical value)가 결정되어야 한다. 尺度母數가 작을 때, 즉 $\varepsilon=1.0$인 경우, 크기

〈表 1〉 非線型因果統計量의 크기(size)

$p=1$,	$q=1$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
% ≤	-2.33	0.92	0.96	1.00
% ≤	-1.96	2.72	2.56	2.50
% ≤	-1.64	6.04	5.36	5.00
% >	1.64	7.88	6.88	5.00
% >	1.96	4.36	4.00	2.50
% >	2.33	2.48	2.32	1.00

$p=2$,	$q=2$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
% ≤	-2.33	2.56	1.24	1.00
% ≤	-1.96	5.16	2.88	2.50
% ≤	-1.64	9.00	6.00	5.00
% >	1.64	11.00	6.92	5.00
% >	1.96	7.48	3.88	2.50
% >	2.33	4.52	2.32	1.00

$p=3$,	$q=3$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
% ≤	-2.33	7.12	1.92	1.00
% ≤	-1.96	10.12	4.20	2.50
% ≤	-1.64	14.40	7.36	5.00
% >	1.64	16.24	7.88	5.00
% >	1.96	12.40	4.48	2.50
% >	2.33	8.76	2.48	1.00

$p=4$,	$q=4$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
% ≤	-2.33	15.36	2.52	1.00
% ≤	-1.96	19.16	5.08	2.50
% ≤	-1.64	23.32	8.40	5.00
% >	1.64	23.80	8.72	5.00
% >	1.96	20.16	5.56	2.50
% >	2.33	16.76	3.48	1.00

$p=5$,	$q=5$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
% ≤	-2.33	24.56	3.04	1.00
% ≤	-1.96	28.32	5.48	2.50
% ≤	-1.64	31.76	9.56	5.00
% >	1.64	31.64	11.00	5.00
% >	1.96	28.12	7.40	2.50
% >	2.33	24.56	4.24	1.00

$p=6$,	$q=6$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
% ≤	-2.33	32.80	4.96	1.00
% ≤	-1.96	35.40	8.28	2.50
% ≤	-1.64	38.28	12.00	5.00
% >	1.64	35.96	13.24	5.00
% >	1.96	33.64	9.24	2.50
% >	2.33	31.20	6.56	1.00

註 : 250개의 標準正規分布를 갖는 난수를 만들기 위해 IMSL 서브루틴 GGNML을 사용하였음. 총시행횟수는 2,500회. 母數 p와 q는 非線型 因果檢定法에서 첫번째와 두번째 時差變數, ε은 尺度母數이고 $N(0,1)$은 標準正規分布를 의미.

는 上向偏倚되어 있다. 그 이유는 埋立次元이 높아져 감에 따라 尺度母數 안에 들어오는 쌍의 갯수는 기하급수적으로 줄어들 것이기 때문이다. 이러한 이유에서 實證分析을 위해서는 비교적 큰 값의 尺度母數를 취할 것을 권한다. 그러나 어느 尺度母數가 최적치인지는 아직 미해결문제로 남아 있으나 연구가 진행중이다. 〈表 2〉는 非線型因果統計量의 분포를 통하여 標準正規分布에 접근한 정도를 묘사하고 있다. $\varepsilon=1.5$인 경우 표본평균, 표준편차, 중앙값 등은 상당히 標準正規分布에 근사하고 있으나 왜도(skewness)와 (p, q)가 (1, 1) 또는 (5, 5)인 경우의 첨도(kurtosis)는 標準正規分布에서 벗어나 있고 $\varepsilon=1.0$인 경우 왜도와 첨도는 대체로 標準正規分布에 근사하지 못한다. 마지막으로 주어진 유의수준에서 임계치를 결정할 때 도움을 주는 因果統計量의 分位數(quantiles)는 〈表 3〉에 기록

〈表 2〉 非線型因果統計量의 分布

$p=1,\ q=1$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
Mean	0.02	0.01	0.00
Median	-0.04	-0.05	0.00
Std dev	1.11	1.07	1.00
Skewness	0.33 (0.00)	0.31 (0.00)	0.00
Kurtosis	3.23 (0.02)	3.30 (0.00)	3.00

$p=2,\ q=2$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
Mean	0.02	0.01	0.00
Median	-0.04	0.00	0.00
Std dev	1.28	1.09	1.00
Skewness	0.28 (0.00)	0.16 (0.00)	0.00
Kurtosis	3.13 (0.18)	3.03 (0.76)	3.00

$p=3,\ q=3$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
Mean	0.05	0.00	0.00
Median	0.01	-0.03	0.00
Std dev	1.64	1.15	1.00
Skewness	0.21 (0.00)	0.13 (0.01)	0.00
Kurtosis	3.26 (0.01)	3.06 (0.52)	3.00

$p=4,\ q=4$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
Mean	0.03	-0.01	0.00
Median	-0.03	-0.07	0.00
Std dev	2.41	1.21	1.00
Skewness	0.15 (0.00)	0.14 (0.00)	0.00
Kurtosis	3.30 (0.00)	3.15 (0.13)	3.00

$p=5,\ q=5$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
Mean	0.11	0.00	0.00
Median	0.02	-0.08	0.00
Std dev	3.66	1.33	1.00
Skewness	0.33 (0.00)	0.27 (0.00)	0.00
Kurtosis	4.02 (0.00)	3.66 (0.00)	3.00

$p=6,\ q=6$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
Mean	0.14	0.05	0.00
Median	-0.14	0.00	0.00
Std dev	5.96	1.49	1.00
Skewness	0.51 (0.00)	0.30 (0.00)	0.00
Kurtosis	5.06 (0.00)	3.81 (0.13)	3.00

註 : 250개의 표준정규분포를 갖는 난수를 만들기 위해 IMSL 서브루틴 GGNML을 사용하였음. 총시행횟수는 2,500회. 母數 p와 q는 비선형 인과검정법에서 첫번째와 두번째 시차변수, ε는 척도모수이고 $N(0,1)$은 표준정규분포를 의미. 왜도와 첨도의 통계적 유의수준은 괄호 안에 표기하였음.

되어 있다. 우리는 時差母數의 값이 커질수록 分位數도 標準正規分布의 分位數와는 상당한 괴리가 존재하므로 統計的 추론을 위해서는 〈表 3〉의 사용을 권하는 바이다[10].

〈表 4〉에는 $C(X\ ;\ \varepsilon)$, $C(Y\ ;\ \varepsilon)$, $K(X\ ;\ \varepsilon)$, $K(Y\ ;\ \varepsilon)$의 시뮬레이션값이 기록되어 있는데 Hsieh and LeBaron(1991a)의 이론치와 비교해 볼 때 〈表 1〉~〈表 3〉에 사용된 네 가지 값이 모두 일치추정량임을 알 수 있다.

10) Baek and Brock(1991)에서는 標本의 크기가 320인 경우 分位數를 제공하고 있다. 좀더 다양한 표본의 크기에 따른 分位數는 사용자의 의도에 따라 달라지는데 筆者는 이를 위하여 원하는 讀者에게 이 實驗에 사용된 포트란코드를 제공할 수 있다.

〈表 3〉 非線型因果統計量의 分位數

$p=1,\ q=1$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
1.0%	-2.32	-2.33	-2.33
2.5%	-1.98	-1.97	-1.96
5.0%	-1.71	-1.68	-1.64
10.0%	-1.32	-1.31	-1.28
25.0%	-0.77	-0.72	-0.67
75.0%	0.71	0.71	0.67
90.0%	1.47	1.38	1.28
95.0%	1.91	1.85	1.64
97.5%	2.31	2.29	1.96
99.0%	2.89	2.86	2.33

$p=2,\ q=2$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
1.0%	-3.13	-2.93	-2.33
2.5%	-2.36	-2.02	-1.96
5.0%	-1.99	-1.72	-1.64
10.0%	-1.55	-1.41	-1.28
25.0%	-0.89	-0.77	-0.67
75.0%	0.85	0.71	0.67
90.0%	1.74	1.44	1.28
95.0%	2.25	1.83	1.64
97.5%	2.70	2.30	1.96
99.0%	3.21	2.67	2.33

$p=3,\ q=3$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
1.0%	-3.21	-2.55	-2.33
2.5%	-3.02	-2.19	-1.96
5.0%	-2.60	-1.86	-1.64
10.0%	-2.00	-1.43	-1.28
25.0%	-1.07	-0.78	-0.67
75.0%	1.07	0.75	0.67
90.0%	2.21	1.46	1.28
95.0%	2.83	1.87	1.64
97.5%	3.42	2.33	1.96
99.0%	4.14	2.89	2.33

$p=4,\ q=4$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
1.0%	-5.51	-2.64	-2.33
2.5%	-4.74	-2.33	-1.96
5.0%	-3.89	-1.98	-1.64
10.0%	-2.97	-1.54	-1.28
25.0%	-1.53	-0.80	-0.67
75.0%	1.56	0.79	0.67
90.0%	3.13	1.51	1.28
95.0%	4.07	2.05	1.64
97.5%	4.89	2.48	1.96
99.0%	6.04	2.98	2.33

$p=5,\ q=5$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
1.0%	-8.32	-3.01	-2.33
2.5%	-6.89	-2.46	-1.96
5.0%	-5.53	-2.04	-1.64
10.0%	-4.38	-1.60	-1.28
25.0%	-2.30	-0.88	-0.67
75.0%	2.28	0.85	0.67
90.0%	4.73	1.72	1.28
95.0%	6.23	2.23	1.64
97.5%	7.63	2.75	1.96
99.0%	9.46	3.41	2.33

$p=6,\ q=6$	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$	$N(0,1)$
1.0%	-13.65	-3.13	-2.33
2.5%	-11.28	-2.69	-1.96
5.0%	-8.84	-2.33	-1.64
10.0%	-6.79	-1.78	-1.28
25.0%	-3.57	-0.90	-0.67
75.0%	3.48	0.97	0.67
90.0%	7.17	1.90	1.28
95.0%	10.49	2.52	1.64
97.5%	13.01	3.18	1.96
99.0%	16.81	3.91	2.33

註 : 250개의 標準正規分布를 갖는 난수를 만들기 위해 IMSL 서브루틴 GGNML을 사용하였음. 총시행횟수는 2,500회. 母數 p와 q는 非線型 因果檢定法에서 첫번째와 두번째 時差變數, ε은 尺度母數이고 $N(0,1)$은 標準正規分布를 의미.

〈表 4〉 $C(X;\varepsilon)$, $C(Y;\varepsilon)$, $K(X;\varepsilon)$, $K(Y;\varepsilon)$의 시뮬레이션값

	$\varepsilon=1.0$	$\varepsilon=1.5$
$C(X;\varepsilon)$	0.5193(0.0079)	0.7101(0.0062)
$C(Y;\varepsilon)$	0.5196(0.0079)	0.7104(0.0062)
$K(X;\varepsilon)$	0.2984(0.0119)	0.5363(0.0118)
$K(Y;\varepsilon)$	0.2987(0.0117)	0.5367(0.0118)

註 : 250개의 標準正規分布를 갖는 난수를 만들기 위해 IMSL 서브루틴 GGNML을 사용하였음. 총시행횟수는 2,500회. 괄호 안의 값은 각 시뮬레이션값의 표준편차.

IV. 適用 : 通貨, 生産, 物價의 因果性 檢定

本章에서는 3章에서 소개한 非線型因果性檢定을 通貨, 生産, 物價에 적용하는 實證分析의 예를 보인다. 通貨供給은 현재 中心通貨指標로 사용되고 있는 總通貨 M2를 택하였고 生産은 월별자료를 이용할 때 實物生産水準을 잘 대변해 주는 産業生産指數를 대용변수로 삼았으며, 物價는 家計의 消費者와 가장 밀접한 관계를 갖는 消費者物價指數를 선택하였다. 檢定統計量이 점근분포에 기초하기 때문에 가급적 큰 표본을 선호하여 두 차례의 오일쇼크, 또한 최근의 걸프戰 등을 포함한 기간인 1970년 1월부터 1991년 7월까지의 자료를 수집하였다. 위에 명시한 세가지 時系列은 모두 강한 계절성을 보이기 때문에 X-11 ARIMA方式에 의해 계절조정을 시도하였다[11]. 또한 분석에 쓰인 원자료의 指數趨勢値를 고려하여 최종적으로 로그변환하였다. 최근 문헌에서 자주 다루어지고 있는 단위근의 여부, 공적분 여부는 本稿에서는 檢定方法의 적용에 초점을 맞추기 위해 논외로 한다[12].

적용의 첫단계로 Stock and Watson(1989, p. 171)이 제시한 여러 개의 가능한 모형 중 상수와 趨勢變數를 포함한 세 변수의 VAR을 구성한다. 문제가 되는 時差母數의 선택은 尤度比檢定法을 통하여 6이 가장 우세하다는 결과를 얻었다[13]. 로그변환한 계절변동후의 通

11) X-11 ARIMA과정을 사용하여 원래의 시계열을 계절조정하는 방법이 原資料가 가지고 있는 잠재적인 非線型性을 왜곡시키거나 존재하고 있지 않은 非線型性의 흔적을 추가시킬 가능성은 있으나 현단계에서는 이에 대한 깊이있는 연구가 이루어지지 않았으므로, X-11 ARIMA 계절조정과정이 非線型性에 관한 정보를 왜곡시킬 가능성은 작다고 가정한다.

12) 通貨, 生産, 物價의 세 變數가 모두 單位根을 포함하고 있으며 共積分現象이 발생해 벡터自己回歸模型의 殘差벡터가 안정적인 時系列벡터로 얻어지면 문제가 되지 않으나 共積分의 부재로 말미암아 세 變數의 수준에서 回歸式을 얻을 때 殘差벡터가 불안정해질 경우 非線型因果性에 관한 統計的 推論은 그릇될 수 있다. 이에 대한 자세한 논의는 추후 다른 논문에서 다루기로 하되, 本稿에 사용된 VAR 模型의 殘差벡터는 안정적인 것으로 간주되어 結論에 큰 문제가 없는 것으로 보인다.

13) 時差母數檢定統計量은 $L(T)=(T-k)(ln|\Sigma R|-ln|\Sigma U|)$로 정의한다.
단, T는 표본크기, k는 각 방정식의 說明變數의 數, $|\Sigma R|$과 $|\Sigma U|$는 각각 制約模型과 非制約模型의 共分散行列의 行列式이다. 歸無模型下에서 統計量 $L(T)$는 χ^2분포를 갖는 것으로 알려져 있다. 여러 時差構造를 가정하여 檢定統計量을 구하여 보았을 때 가장 적절한 時差는 6이라 할 수 있다. 왜냐하면
時差(1 對 2) $L(T)=127.01(0.000)$
時差(2 對 3) $L(T)=20.01(0.018)$
時差(3 對 4) $L(T)=19.09(0.024)$
時差(4 對 5) $L(T)=15.34(0.082)$
時差(5 對 6) $L(T)=19.83(0.019)$
時差(6 對 7) $L(T)=10.31(0.326)$
時差(4 對 6) $L(T)=34.99(0.010)$
단, 괄호 안에 있는 값은 각 통계량의 p값이다.

貨, 生産, 物價變數를 각각 $\{m_t\}$, $\{y_t\}$, $\{p_t\}$ 라고 하자. 벡터自己回歸模型의 추정결과는 다음과 같으며 괄호 안은 t값이다.

$$m_t = 0.165 + 2.289 \times 10^{-4} t + 0.903 m_{t-1}$$
(3.11) (1.93) (13.98)

$$+0.212 m_{t-2} - 0.088 m_{t-3} + 0.038 m_{t-4}$$
(2.38) (-0.98) (0.42)

$$+0.082 m_{t-5} - 0.190 m_{t-6} + 0.043 y_{t-1}$$
(0.89) (-2.83) (1.92)

$$-0.025 y_{t-2} - 0.031 y_{t-3} - 0.022 y_{t-4}$$
(-0.99) (-1.16) (-0.84)

$$+0.057 y_{t-5} + 0.001 y_{t-6} + 0.036 p_{t-1}$$
(2.24) (0.05) (0.42)

$$-0.019 p_{t-2} + 0.043 p_{t-3} - 0.060 p_{t-4}$$
(-0.13) (0.29) (-0.42)

$$-0.116 p_{t-5} + 0.144 p_{t-6} + U_{m_t}, \quad \cdots (22)$$
(-0.81) (1.72)

$$y_t = -0.104 - 1.10 \times 10^{-4} t + 0.330 m_{t-1}$$
(-0.66) (-0.31) (1.73)

$$+0.038 m_{t-2} + 0.263 m_{t-3} - 0.821 m_{t-4}$$
(0.15) (0.99) (-3.06)

$$+0.250 m_{t-5} - 0.018 m_{t-6} + 0.473 y_{t-1}$$
(0.92) (-0.09) (7.17)

$$+0.391 y_{t-2} + 0.146 y_{t-3} + 0.022 y_{t-4}$$
(5.23) (1.86) (0.27)

$$+0.014 y_{t-5} - 0.079 y_{t-6} - 0.126 p_{t-1}$$
(0.18) (-1.20) (-0.49)

$$-0.120 p_{t-2} + 0.171 p_{t-3} + 0.111 p_{t-4}$$
(-0.27) (0.39) (0.26)

$$+0.071 p_{t-5} - 0.142 p_{t-6} + U_{y_t}, \quad \cdots (23)$$
(0.17) (-0.58)

$$p_t = -0.070 - 2.246 \times 10^{-4} t - 0.064 m_{t-1}$$
(-1.76) (-2.55) (-1.34)

$$+0.023 m_{t-2} + 0.140 m_{t-3} - 0.075 m_{t-4}$$
(0.34) (2.09) (-1.11)

$$-0.0001 m_{t-5} - 0.003 m_{t-6} - 0.017 y_{t-1}$$
(-0.00) (-0.06) (-1.01)

$$+0.011 y_{t-2} - 0.021 y_{t-3} - 0.016 y_{t-4}$$
(0.58) (-1.06) (-0.82)

$$+0.032 y_{t-5} + 0.017 y_{t-6} + 1.382 p_{t-1}$$
(1.68) (1.00) (21.42)

$$-0.321 p_{t-2} + 0.008 p_{t-3} - 0.194 p_{t-4}$$
(-2.92) (0.07) (-1.80)

$$+0.262 p_{t-5} - 0.160 p_{t-6} + U_{p_t}, \quad \cdots (24)$$
(2.47) (-2.57)

式 (22)~(24)에 의하여 Granger 因果性檢定을 하면 그 결과는 〈表 5〉와 같이 얻어지는 바 통화와 생산은 서로 피드백현상을 5% 유의수준에서 보이고 있으나 그 밖의 二變數간의 인과성은 5% 유의수준에서 그 증거를 찾기 어렵다. 벡터回歸模型의 특징상 추세치 제거방법, 時差變數의 사용, 대용변수의 선택 등에 의해 추론결과는 다른 조사자의 결과와 상이할 수 있다는 것을 간과해서는 안된다. 〈表 5〉에서 얻은 결론을 해석하면 通貨와 生産만이 過去値가 상대방의 현재 혹은 未來値를 예측하는 데 유용한 情報를 전달해 줄 뿐, 위와 같은 VAR의 線型構造를 각 변수에 부여할 경우 物價와 通貨 혹은 物價와 生産의 고리가 적어도 時差를 둔 구조에서는 끊어져 있음을 알 수 있다. 그러나 변수간의 線型構造를 제거한 후 남는 殘差벡터를 조사해 보면

〈表 5〉 Granger 檢定法에 의한 因果關係
(1970 : 1~1991 : 7)

結果變數 / 原因變數	通 貨	生 産	物 價
通 貨	·	3.33 (0.004)	1.75 (0.111)
生 産	2.82 (0.011)	·	1.43 (0.204)
物 價	1.35 (0.234)	0.47 (0.833)	·

註 : 檢定統計量은 歸無假說下에서 F分布를 가지며 괄호 안은 p값임.

非線型構造는 그대로 남아 있게 된다. 따라서 式 (11)에 기초한 歸無假說 "變數 A는 변수 B에 대한 非線型的 因果性이 없다"를 檢定하기 위한 기초자료는 式 (22)~(24)에서 얻어진 殘差時系列 $\{U_{m_t}\}$, $\{U_{y_t}\}$, $\{U_{p_t}\}$가 된다.

새로 계산된 세 개의 殘差時系列 사이의 非線型關係를 살펴보기 전에 각각의 殘差時系列이 어느 정도의 非線型從屬性이 있는지 알아보자. 이를 위해 BDS 檢定法을 적용하여 <表 6>의 결과를 얻고, Brock and Baek (1991)에 논의된 相關次元과 엔트로피推定量을 계산하여 <表 7>과 <表 8>을 구성하였다[14]. 相關次元과 엔트로피推定量은 자료생성과정의 동태적 시스템이 확률적이 아닌 이미 결정된(deterministic) 구조일 수도 있다는 가능성을 檢定하는 데 사용되었다. 相關次元推定量의 개념은 이미 앞에서 언급하였기 때문에 여기서는 엔트로피槪念에 대하여 간단히 논의하기로 한다.

本稿에서 추정된 엔트로피는 Kolmogorov 엔트로피槪念으로 시간이 흐름에 따라 動態構造로부터 情報가 새로이 창출되는 속도를 측정하는 수단이다. 다시 말하자면 주어진 動態構造가 어느 정도 시간에 종속되어 있는가 하는 점이 엔트로피를 결정한다. 動態構造 가운데 관측자에게는 거의 구별이 가지 않는 인접한 두 개의 점을 잡고 시간이 감에 따라 두 점의 진화궤적이 얼마나 빠른 속도로 관측자에게 달리 나타나는가 하는 점이 엔트로피槪念의 핵심이다. 따라서 완전 IID인 확률변수는 情報創出速度가 ∞, 週期的 궤적을 그리는

<表 6> 線型模型의 殘差項에 대한 BDS 檢定

m	通貨 ε	通貨 BDS	生産 ε	生産 BDS	物價 ε	物價 BDS
2		2.00		2.44		3.81
5	1.20	2.51	1.50	1.66	1.08	7.75
10		2.41		1.64		16.51
15		1.84		1.90		36.24
2		1.85		2.42		4.49
5	0.96	2.67	1.21	1.95	0.88	8.51
10		4.78		1.89		16.59
15		2.62		1.94		20.83
2		1.93		2.14		4.76
5	0.77	3.03	0.97	1.46	0.69	8.52
10		6.76		2.73		96.27
15		—		3.52		—

註 : m은 埋立次元, ε은 尺度母數, BDS는 統計量임. 사용된 殘差는 세 변수, VAR(6)의 殘差벡터로서 표본수는 모두 253개, $m=15$에 대하여 通貨BDS는 相關積分값이 0이 됨에 따라 존재하지 않음.

<表 7> 線型模型의 殘差項에 대한 相關次元推定量

m	通貨	生産	物價
2	1.43(-0.35)	1.32(-0.39)	1.34(-1.14)
4	2.75(-0.88)	2.57(-0.69)	2.41(-2.36)
6	3.87(-1.54)	3.77(-0.85)	3.38(-2.81)
8	4.81(-2.10)	4.94(-0.99)	4.31(-2.97)
10	5.76(-2.27)	6.01(-1.17)	5.26(-2.91)
12	6.86(-2.13)	7.14(-1.16)	6.37(-2.58)
14	8.23(-1.75)	8.50(-0.89)	7.51(-2.27)

註 : 尺度母數의 값은 1.5와 1.0, m은 埋立次元, 괄호 안의 값은 次元檢定統計量.

14) BDS 檢定法의 기각값은 Hsieh and LeBaron (1991a)로부터 얻을 수 있으나 대략 2보다 큰 값을 얻으면 系列從屬이 존재한다고 볼 수 있다. 또한 차원 및 엔트로피추정도 系列從屬에 관한 정보를 제공하는데 埋立次元이 증가함에도 불구하고 次元推定量이 증가하지 않거나 엔트로피추정량이 0에 가까이 가면 系列從屬性이 있을 가능성이 높다. Brock and Baek (1991)의 논문은 이를 이용한 통계적 추론방법을 새로이 밝혔으며 여기서는 그 결과만 보고하였다. 자세한 사항은 원래의 논문 참조 바람.

〈表 8〉 線型模型의 殘差項에 대한 엔트로피推定量

m	通 貨	生 産	物 價
1	0.58(-0.60)	0.52(-0.71)	0.55(-1.34)
3	0.55(-1.09)	0.51(-0.69)	0:44(-3.26)
5	0.49(-1.89)	0.50(-0.79)	0.38(-3.83)
7	0.45(-2.20)	0.48(-1.05)	0.32(-4.13)
9	0.45(-2.01)	0.43(-1.53)	0.34(-3.47)
11	0.46(-1.63)	0.45(-1.16)	0.35(-2.94)
13	0.57(-0.31)	0.52(-0.29)	0.35(-2.58)

註：尺度母數 ε의 값은 1.0, m은 埋立次元, 괄호 안의 값은 엔트로피檢定統計量.

동태구조가 가지는 엔트로피는 0, 그 중간에는 혼돈구조(chaos)가 존재한다. 이를 고려해 볼 때 미래의 값을 예측하는 데 쓰이는 현재 및 과거자료의 平均值期間은 엔트로피의 역수가 되며, *IID* 경우 그 期間은 0이 되어 현재 및 過去値가 예측에 하등 도움을 주지 못한다는 사실을 알 수 있다[15].

〈表 6〉에 보고된 VAR 殘差벡터를 이용한 BDS 檢定統計量은 尺度母數 ε을 0.5와 1.5 사이에서 조절하였는데 그 값이 2를 크게 벗어나지 않으면 非線型性이 변수 내에 존재하지 않는다고 보아도 무방하다. 이러한 기준에서 通貨, 生産, 物價 중 物價의 非線型性은 세가지 다른 ε에 관해 강하게 나타나고 있으며 다음으로는 通貨에 약하게 보이며 生産에는 그 정도가 미약하여 다른 非線型性檢定法과 병행 실시하여 비교해 보는 것이 좋겠다[16]. 相關次元推定量과 엔트로피推定量을 살펴볼 때 역시 物價變數에 강한 非線型性이 있음을 알 수 있는데 이는 이미 VAR에 의해 제거된 線型構造가 원래 物價變數內에 존재하는 時系列從屬性을 잘 설명한다면 각 推定量의 괄호 안에 든 檢定統計量이 2와 -2 사이에 있을 것이 기대되기 때문이다.

그 다음으로는 通貨에 時系列從屬性이 보이며 生産變數에는 時系列從屬性이 남아 있다고 보기 어렵다. 이상의 분석을 종합해 볼 때 物價와 通貨는 系列從屬의 증거가 잔차계열내에 존재한다고 볼 수 있다. 그렇다면 이러한 非線型系列從屬이 다른 變數로부터 유발되었는지 아니면 자체내의 系列動態構造로부터 야기되었는지 살펴보는 것이 흥미롭다.

이미 〈表 5〉에서 VAR분석을 통하여 밝혔듯이 線型構造는 物價와 通貨 및 生産과 연계시키는 데 어려운 점이 많았으나 이 사실이 변수간의 非線型構造를 배제할 수는 없다. 이제 後者의 潛在的 가능성을 조사하기 위해 Baek-Brock의 非線型因果性檢定을 실시하려고 한다. 式 (22)～(24)에서 얻어진 殘差時系列 $\{U_{mt}\}$, $\{U_{yt}\}$, $\{U_{pt}\}$는 구조상 같은 시기에 있어 서로 獨立(contemporaneous independence)이지 않기 때문에 定理 5를 적용하여 假說檢定을 하는 방법에는 문제가 발생한다. 이를 해결하려면 당초에 VAR을 구성할 때 구조적 VAR(structural VAR)을 만들어 추정된 殘差벡터들이 서로 獨立이 되게 할 수 있고 또한 본문과 같이 非制約的 VAR(unrestricted VAR)을 세우고 난 후 Choleski 분해를 통하여 서로 독립인 변형된 殘差벡터를 이용하여 처리할 수 있다. Choleski분해를 통한 변형은 기본적으로 線型變換이기 때문에

15) 여기에 관한 文獻은 상당히 많이 있으나 대표적으로 잘 정리된 것으로는 Frank and Stengos (1989)가 있다.

16) 널리 통용되고 있는 非線型性檢定法으로는 Bispectrum檢定法, Keenan 및 Tsay檢定法 등이 있다. 훌륭한 參考文獻으로는 Lee, White, and Granger(1989)와 Tsay(1989a)가 있다.

〈表 9〉 通貨, 生產, 物價의 非線型因果關係檢定 : 期間 1970. 1. ~1991. 7.

VAR Lag=6, $\varepsilon=1.0$

(p, q)	(1, 1)	(2, 2)	(3, 3)	(4, 4)	(5, 5)	(6, 6)
通貨 → 生產	-0.34 (0.388)	0.28 (0.401)	1.49 (0.182)	4.28 (0.042)	10.55 (0.005)	24.02 (0.002)
通貨 → 物價	1.38 (0.116)	1.04 (0.204)	1.39 (0.193)	3.48 (0.076)	4.26 (0.125)	11.54 (0.002)
生產 → 通貨	1.40 (0.112)	2.10 (0.061)	4.46 (0.006)	8.15 (0.001)	14.45 (0.002)	30.68 (0.000)
物價 → 通貨	1.67 (0.075)	2.76 (0.023)	2.72 (0.055)	0.76 (0.354)	7.45 (0.027)	24.66 (0.002)
生產 → 物價	-0.73 (0.262)	0.95 (0.225)	3.86 (0.015)	8.69 (0.000)	13.75 (0.002)	14.22 (0.019)
物價 → 生產	1.07 (0.169)	2.07 (0.063)	3.97 (0.013)	8.07 (0.001)	20.49 (0.000)	38.19 (0.000)

VAR Lag=6, $\varepsilon=1.5$

(p, q)	(1, 1)	(2, 2)	(3, 3)	(4, 4)	(5, 5)	(6, 6)
通貨 → 生產	-0.60 (0.288)	-0.64 (0.286)	0.41 (0.349)	1.10 (0.172)	2.13 (0.059)	3.53 (0.016)
通貨 → 物價	1.35 (0.106)	1.21 (0.136)	0.53 (0.315)	1.11 (0.169)	2.43 (0.038)	1.72 (0.127)
生產 → 通貨	1.63 (0.069)	1.87 (0.045)	4.05 (0.000)	4.67 (0.000)	4.52 (0.002)	5.21 (0.002)
物價 → 通貨	1.20 (0.132)	1.27 (0.128)	2.25 (0.028)	1.25 (0.144)	3.27 (0.014)	4.37 (0.006)
生產 → 物價	-1.18 (0.121)	-0.23 (0.419)	1.53 (0.092)	2.82 (0.012)	3.77 (0.008)	4.21 (0.008)
物價 → 生產	0.46 (0.320)	1.23 (0.134)	2.26 (0.028)	2.71 (0.017)	4.56 (0.002)	4.41 (0.006)

註 : 괄호 안의 값은 〈表 3〉에 근거하여 계산된 p값임.
$A \rightarrow B$는 歸無假說이 "변수 A는 B에 대해 인과성이 없다"임.

변수간의 非線型性은 영향받지 않는다. 이와 같이 후자의 방법을 통하여 얻어진 새로운 時系列을 평균 0, 분산 1을 갖는 확률변수로 표준화하여 〈表 9〉를 작성하였다. 〈表 9〉의 괄호 안에는 單側檢定(one-tail test)에 의거한 p값이 기록되어 있다. 따라서 5% 有意水準에서 非線型因果關係 檢定時는 p값이 2.5%인지 유념하여 판별하여야 한다. 本稿의 의도가 두 변수간의 因果性을 檢定하는 것이기 때문에 통화, 생산 및 물가 세 개의 時系列殘差項 중 가능한 세 개의 짝을 만들어 어느 방향으로 因果性이 존재하는지를 알기 위해 여섯 번의 檢定을 실시하였다. 檢定方法은 우선 尺度母數를 1.0과 1.5로 고정하고 時差母數도 p와 q가 같은 값을 취한다는 가정하에 $p=1$, $q=1$부터 $p=6$, $q=6$까지 변화시켜 보았다.

檢定結果는 有意水準 5%인 경우를 논의하자. 通貨가 生產에 미치는 영향은 時差가

1~4인 경우 그 효과가 거의 없다가 5期 후부터 시작되어 6期에는 강하게 나타나며 通貨가 物價에 미치는 因果性도 두가지 다른 尺度母數의 값을 고려해 볼 때 非線型因果性이 없다고 볼 수 있다. 또한 生產이 通貨增發을 시켰는지의 여부는 時差가 3期 이상 되면 그 증거가 뚜렷해지며 物價管理를 위해 通貨調節을 한 증거도 약 5期의 時差를 두고 보인다. 한편 生產이 物價에 미치는 영향도 적지 않아 經濟成長이 物價에는 약 3~4期 정도를 두고 효과를 보이기 시작한다고 말할 수 있으며 物價가 生產에 영향을 미치기까지는 적어도 3~4期가 소요되어 적어도 한두 달 정도의 단기에는 生產刺戟效果가 관측되지 않는다고 볼 수 있다.

V. 結 論

우리나라의 通貨政策 중 總通貨의 供給이 物價와 成長에 어떻게 영향을 미칠 것인가, 또한 물가안정과 景氣調節政策으로서 通貨의 需給은 어떻게 대처해 왔는가 하는 문제를 제대로 파악하는 것은 우리의 經濟構造를 알고 또 미래의 通貨供給에 관한 政策을 수립하는 데 필수불가결한 과정이다. 이러한 맥락에서 볼 때 이에 관련된 연구가 중앙은행 및 국책연구기관을 중심으로 축적되어 왔다. 그런데 대부분 기존의 분석체계가 變數間의 線型關係만을 인식하여 토론을 진행하는 데 반하여 본 연구는 非線型關係의 존재를 밝히려고 노력하였다.

최근 활발히 논의가 전개되고 있는 非線型動態經濟學理論을 바탕으로 非線型性에 대한 이론적 뒷받침도 진행되고 있으나 本 論文에서는 Baek and Brock의 방법에 따라 動態時系列分析을 시도하여 非線型關係가 존재하는지 여부에 대한 증거를 제시하는 데 그쳤다.

線型構造를 이용한 벡터自己回歸模型으로부터는 通貨와 生產間에 존재하는 피드백의 증거만 얻은 데 반하여 非線型因果性檢定으로부터는 세 변수간의 時差構造에 따른 인과성의 증거를 추출하였다. 이러한 분석을 가지고 非線型動態模型을 구축하려는 시도는 현재 진행중인데 추후 다른 논문에서 밝히기로 하겠다. 非線型動態模型은 時系列分析分野 중 가장 관심을 모으고 있는 분야의 하나로, 대표적인 연구로는 Tsay(1989b)가 있으며 그의 논문에 인용된 많은 논문을 보면 알 수 있다. 非線型構造는 문턱(threshold)이 존재하는 문턱自己回歸(threshold autoregressive)모형에 기초하여 문턱값을 정하고 그 값에 따라 나누어진 영역에서 線型模型을 추정하여 종합하는 방법으로 이는 대부분의 非線型動態模型에 잘 적용된다.

위와 같은 非線型模型의 動態構造를 밝힌다면 諸般經濟變數에 관한 예측력도 높아질 뿐 아니라 보다 향상된 충격반응함수 등에 의존하여 정책의 바른 방향을 제시할 수 있다.

끝으로 本稿에 소개된 Baek and Brock의 檢定法에 관한 한계점을 설명함으로써 독자들의 이해와 바른 적용을 돕고자 한다.

먼저 相關積分을 추정할 때 사용되는 尺度母數 ε을 최적화하는 이론은 이 분야의 이론가들에 의하여 개발중이다. 그러나 Hsieh and LeBaron(1991a, b)의 Monte Carlo 시뮬레이션결과와 본고의 분석을 통해 보면 非線

型因果性檢定統計量의 경우도 ε이 1.0으로부터 1.5인 경우 檢定統計量의 크기가 標準正規分布에서 얻어진 것과 유사하다. 둘째로, 非線型檢定統計量은 분석대상이 되는 時系列이 단위근 등을 포함하고 있는 不安定時系列이라면 實際因果性보다는 자체내의 불안정성으로 인하여 歸無假說을 기각하는 이른바 가성회귀(spurious regression)와 비슷한 문제를 야기할 가능성이 있으므로 사전에 單位根存在에 대한 檢定을 사전에 실시하는 것이 바람직하다. 셋째로, 非線型因果性이 없다는 歸無假說을 기각할 경우 非線型動態模型이 가질 수 있는 구조에 대하여는 현재 여러 計量經濟學者들에 의해 연구가 본격적으로 진행되고 있으나 앞에서 지적한 문턱自己回歸模型이 가장 유력시된다. 이러한 모형을 이용한 예측정책시사에 관하여는 추후의 논문을 통하여 밝히기로 한다.

附錄：定理 5의 證明

일반성을 잃지 않고 p는 q보다 크다고 가정하자. Denker-Keller(1983)의 U-統計量 전개를 네가지 相關積分(correlation integral)에 적용하여 다음 값을 얻는다.

$$C(X_{t-1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T) - \theta_1 = (2/T)\ \Sigma\ \{h_1(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T) - \theta_1\} + R_1$$

$$C(X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T) - \theta_2 = (2/T)\ \Sigma\ \{h_1(X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T) - \theta_2\} + R_2$$

$$C(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T) - \theta_1 = (2/T)\ \Sigma\ \{h_1(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T) - \theta_3\} + R_3$$

$$C(X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T) - \theta_4 = (2/T)\ \Sigma\ \{h_1(X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T) - \theta_4\} + R_4$$

여기서 $h_1(a; \varepsilon, T) = E\{h(a, b; \varepsilon, T) \mid a\}$, R_i는 $i=1, 2, 3, 4$에 관한 잔류항, θ_i는 해당 U-統計量의 기대값이다. $\{X_t\}$와 $\{Y_t\}$가 $IIDI$이라면

$$\theta_1 = E[C(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)] = C(X; \varepsilon)^{p+2}\ C(Y; \varepsilon)^{q+1}$$

$$\theta_2 = E[C(X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T)] = C(X; \varepsilon)^{p+1}$$

$$\theta_3 = E[C(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T)] = C(X; \varepsilon)^{p+2}$$

$$\theta_4 = E[C(X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)] = C(X; \varepsilon)^{p+1}\ C(Y; \varepsilon)^{q+1}$$

이다. 이제 θ를 $(\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4)$, H를

$$\begin{aligned} &C(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T) \\ &\quad C(X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T) \\ &\quad -C(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T) \\ &\quad C(X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T), \end{aligned}$$

로 표시하고 H를 θ에 관해 「테일러」전개하여 다음을 얻는다.

$$\begin{aligned} dH = {} & H[C(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T), C(X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T), \\ & C(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T), C(X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)] \\ & -H[\theta_1, \theta_2, \theta_3, \theta_4] \\ & +H_1(2/T)\Sigma\{h_1(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T) - \theta_1\} \\ & +H_2(2/T)\Sigma\{h_1(X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T) - \theta_2\} \\ & +H_3(2/T)\Sigma\{h_1(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T) - \theta_3\} \end{aligned}$$

$$+H_4(2/T)\Sigma\{h_1(X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)-\theta_4\}+R,$$

단, $H_1=E[C(X_t, X_{t-1}, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T)]=\theta_2$

$H_2=[(C(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)=\theta_1$

$H_3=-E[C(X_t, X_{t-1}, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)=-\theta_4$

$H_4=-E[C(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T) =-\theta_3$

이때 델타방식을 사용하여 $T^{1/2}dH$의 점근분포를 얻어보자. 그러면 $T^{1/2}dH \xrightarrow{d} N(0, V)$가 됨을 쉽게 알 수 있으나 점근분포의 분산 V값을 구하기 위해서는 다음의 계산과정이 필요하다. 먼저 $g_1(\cdot)$ 함수를 다음과 같이 놓는다.

$$\begin{aligned}g_1&(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)\\ &=2\{H_1[h_1(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)-\theta_1]\\ &+H_2[h_1(X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)-\theta_2]\\ &+H_3[h_1(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}; \varepsilon, T)-\theta_3]\\ &+H_4[h_1(X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)-\theta_4]\}.\end{aligned}$$

그러면 분산은

$$\begin{aligned}V=&E[\{g_1(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)\}^2\\ &+2\{g_1(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)\\ &g_1(X_{t+2}, X_{t+1}, \cdots, X_{t+1-p}, Y_{t+1}, \cdots, Y_{t+1-q}; \varepsilon, T)\}\\ &+\cdots\cdots\\ &+2\{g_1(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)\\ &g_1(X_{t+2+p}, \cdots, X_{t+2}, X_{t+1}, Y_{t+1+p}, \cdots, Y_{t+1+p-q}; \varepsilon, T)\}]\end{aligned}$$

이다. 이때 분산 V의 식은 다시 아래의 A와 B_k 두 종류의 합으로 구성됨을 알 수 있다.

$$\begin{aligned}A=&E[g_1(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)]^2\\ =&4[C(X, \varepsilon)^{2p+2} K(X, \varepsilon)^{p+1} \{K(X, \varepsilon)-C(X, \varepsilon)^2\} \{K(Y, \varepsilon)^{q+1}\\ &-C(Y, \varepsilon)^{2q+2}\}],\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}B_k=&2E[g_1(X_{t+1}, X_t, \cdots, X_{t-p}, Y_t, \cdots, Y_{t-q}; \varepsilon, T)\\ &g_1(X_{t+k}, X_{t+k-1}, \cdots, X_{t+k-1-p}, Y_{t+k-1}, \cdots, Y_{t+k-1-q}; \varepsilon, T)]\end{aligned}$$

두번째 항 B_k에서 k값은 $1<k\leq j+1\leq i+2$와 $1<j+1<k\leq i+2$일 가능성이 있으나 어느 경우이든 B_k에 속한 모든 항은 0이 됨을 알 수 있다. 따라서

$$\begin{aligned}V=&4[C(X, \varepsilon)^{2p+2} K(X, \varepsilon)^{p+1} \{K(X, \varepsilon)-C(X, \varepsilon)^2\}\{K(Y, \varepsilon)^{q+1}\\ &-C(Y, \varepsilon)^{2q+2}\}]\end{aligned}$$

이고 $p=q=0$이면 定理 1의 분산공식이 얻어진다.

▷ 參 考 文 獻 ◁

洪甲洙,「우리나라의 物價變動과 賃金, 通貨, 成長의 關係分析」,『調査統計月報』, 韓國銀行, 1990. 5.

Baek, E. and W. Brock, "A Nonparametric Test for Independence of a Multivariate Time Series", *Statistica Sinica*, Vol.2, No. 1, 1992, pp.137~156.

______, "A General Test for Nonlinear Granger Causality : Bivariate Model", Department of Economics, Iowa State University and Department of Economics, University of Wisconsin-Madison, 1991.

Brock, W. and E. Baek, "Some Theory of Statistical Inference for Nonlinear Science", *Review of Economic Studies*, No. 58, 1991, pp.697~716.

Brock, W. and W. D. Dechert, "Theorems on Distinguishing Deterministic from Random Systems," in W.A. Barnett, E.R. Berndt, and H. White(eds.), *Dynamic Econometric Modeling, Proceedings of the Third International Symposium in Economic Theory and Econometrics*, Cambridge University Press, 1988, pp. 247~265.

Brock, W., W. Dechert, and J. Scheinkman, "A Test for Independence Based on the Correlation Dimension", SSRI paper # 8702, Department of Economics, University of Wisconsin-Madison, 1987.

Denker, M. and G. Keller, "On U-statistics and von Mises's Statistics for Weakly Dependent Processes", *Zeitschrift fur Wahrscheinlichkeits-theorie und Verwandte Gebiete*, No.64, 1983, pp.505~522.

Frank, M. and T. Stengos, "Measuring the Strangeness of Gold and Silver Rates of Return", *Review of Economic Studies*, No.56, 1989, pp.553~567.

Geweke, J., R. Meese, and W. Dent, "Comparing Alternative Tests of Causality in Temporal Systems", *Journal of Econometrics*, No.21, 1983, pp.161~194.

Geweke, J., "Inference and Causality in Economic Time Series", in Z. Griliches and M. Intriligator(eds.), *Handbook of Econometrics*, Vol.2, North-Holland, New York, 1984.

Granger, C.W.J., "Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Models", *Econometrica*, No.37, 1969, pp.424~438.

______, "Forecasting White Noise", in A. Zellner(ed.), *Applied Time Series Analysis of Economic Data*, U.S. Department of Commerce, Bureau of Census, 1983, pp. 308~314.

______, "Causal Inference", in J. Eatwell, M. Milgate, and P. Newman(eds.), *The New Palgrave : Econometrics*, Norton, New York, 1990.

Hsieh, D. and B. LeBaron, "Finite Sample Properties of the BDS Statistic I : Size", forthcoming in W. Brock, D. Hsieh, and B. LeBaron(eds.), *A Test for Nonlinear Dynamics and Chaos*, MIT Press, Cambridge, 1991a.

______, "Finite Sample Properties of the BDS Statistic II : Distribution under Alternative Hypotheses", forthcoming in W. Brock, D. Hsieh, and B. LeBaron(eds.), *A Test for Nonlinear Dynamics and Chaos*, MIT Press, Cambridge, 1991b.

Lee, T-H., H. White, and C.W.J. Granger, "Testing for Neglected Nonlinearity in Time Series Models", Department of Economics, University of California-San Diego, 1989.

Sargent, T., *Macroeconomic Theory*, second edition, Academic Press, New York, 1987.

Sims, C., "Money, Income, and Causality", *American Economic Review*, No.62, 1972, pp.540～552.

______, J. Stock, and M. Watson, "Inference in Linear Time Series Models with Some Unit Roots", *Econometrica*, No.58, 1990, pp.113～144.

Stock, J. and M. Watson, "Interpreting the Evidence on Money-Income Causality", *Journal of Econometrics*, No.40, 1989, pp. 161～181.

Tsay, R., "Detecting and Modeling Nonlinearity in Univariate Time Series Analysis", Graduate School of Business, University of Chicago, 1989a.

______, "Testing and Modeling Threshold Autoregressive Processes", *Journal of the American Statistical Association*, No. 84, 1989b, pp.231～240.